Algorithmen zum Lösen von Vertex und Set Cover Instanzen zur Planung von Angriffen auf Netzwerke

Steve Göring

13.07.2012

Gliederung

Einleitung

Grundlagen
- Vertex-Cover-Problem
- Set-Cover-Problem

Lösungsalgorithmen
- Vertex-Cover-Problem
- Set-Cover-Problem

Auswertung/Fazit

Angriffe

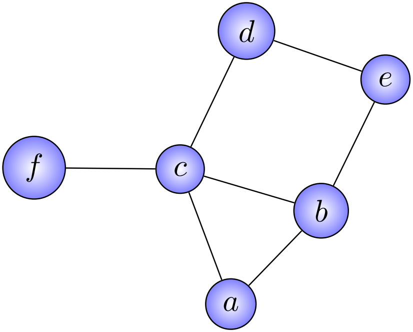
- Angriffe auf Netzwerke
- $\rightarrow$ mehrere Knoten
- Netzwerk $\rightarrow$ Graphenabstraktion
- Zerfall durch Angriff auf:
- Vertex-Cover/ Set-Cover Lösungen

Angriffe

- Angriffe auf Netzwerke
- $\rightarrow$ mehrere Knoten
- Netzwerk $\rightarrow$ Graphenabstraktion
- Zerfall durch Angriff auf:
- Vertex-Cover/ Set-Cover Lösungen

Angriffe

- Angriffe auf Netzwerke
- $\rightarrow$ mehrere Knoten
- Netzwerk $\rightarrow$ Graphenabstraktion
- Zerfall durch Angriff auf:
- Vertex-Cover/ Set-Cover Lösungen

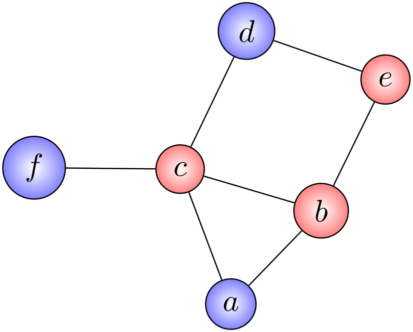


Angriffe

- Angriffe auf Netzwerke
- $\rightarrow$ mehrere Knoten
- Netzwerk $\rightarrow$ Graphenabstraktion
- Zerfall durch Angriff auf:
- Vertex-Cover/ Set-Cover Lösungen

Angriffe

- Angriffe auf Netzwerke
- $\rightarrow$ mehrere Knoten
- Netzwerk $\rightarrow$ Graphenabstraktion
- Zerfall durch Angriff auf:
- Vertex-Cover/ Set-Cover Lösungen

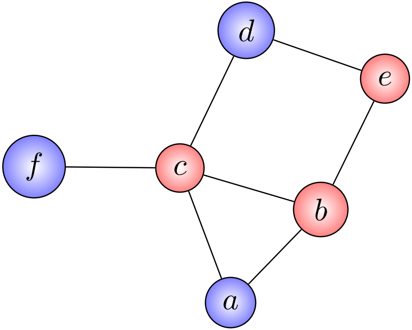


Vertex-Cover-Problem

- VC = Knotenüberdeckung eines Graphen
- Problemvarianten:
  - minimales VCP
  - k-VCP
  - gewichtetes VCP (später)
  - partielles VCP + exaktes partielles VCP
- im allgemeinen NP-vollständig
- Spezialfälle: Baum, bipartiter Graph ..

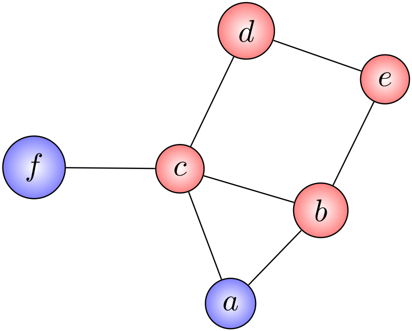
Vertex-Cover-Problem- Varianten: mVCP

minimale Knotenmenge C gesucht



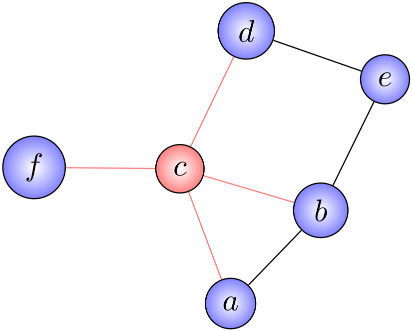
Vertex-Cover-Problem- Varianten: kVCP

k-elementige Knotenmenge C gesucht
Bsp: $k = 4$



Vertex-Cover-Problem- Varianten: pVCP

$\leqq$ k-elementige Knotenmenge C, die mindestens t Kanten überdeckt gesucht
Bsp: $t = 4, k = 1$



Vertex-Cover-Problem- gLOP

Zielfunktion:

$$F(\vec{x}) = \sum_{x_i} w_v(i) \cdot x_i \to min$$

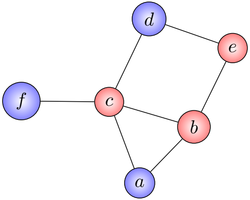
Nebenbedingungen:

$$x_i + x_j \geq 1, \forall (i,j) \in E$$

$$\boxed{x_i \in \{0,1\}}$$

Relaxation

$$\boxed{0 \leq x_i \leq 1, x_i \in \mathbb{R}}$$



$$F(\vec{x}) = x_a + x_b + x_c + x_d + x_f \to min$$

$$x_a + x_b \geq 1, x_a + x_c \geq 1$$

$$x_b + x_c \geq 1, x_b + x_e \geq 1$$

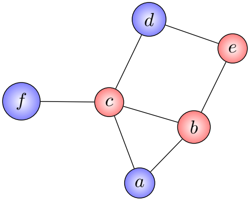
$$x_c + x_d \geq 1, x_c + x_f \geq 1$$

$$x_d + x_e \geq 1$$

Vertex-Cover-Problem- gLOP

Zielfunktion:

$$F(\vec{x}) = \sum_{x_i} w_v(i) \cdot x_i \rightarrow min$$



Nebenbedingungen:

$$x_i + x_j \geq 1, \forall (i,j) \in E$$

$$\boxed{x_i \in \{0,1\}}$$

Relaxation

$$\boxed{0 \leq x_i \leq 1, x_i \in \mathbb{R}}$$

$$F(\vec{x}) = x_a + x_b + x_c + x_d + x_f \rightarrow min$$

$$x_a + x_b \geq 1, x_a + x_c \geq 1$$

$$x_b + x_c \geq 1, x_b + x_e \geq 1$$

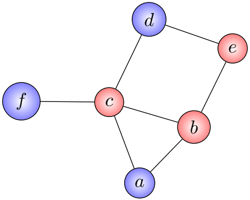
$$x_c + x_d \geq 1, x_c + x_f \geq 1$$

$$x_d + x_e \geq 1$$

Vertex-Cover-Problem- gLOP

Zielfunktion:

$$F(\vec{x}) = \sum_{x_i} w_v(i) \cdot x_i \rightarrow min$$



Nebenbedingungen:

$$x_i + x_j \geq 1, \forall (i,j) \in E$$

$$\boxed{x_i \in \{0,1\}}$$

Relaxation

$$\boxed{0 \leq x_i \leq 1, x_i \in \mathbb{R}}$$

$$F(\vec{x}) = x_a + x_b + x_c + x_d + x_f \rightarrow min$$

$$x_a + x_b \geq 1, x_a + x_c \geq 1$$

$$x_b + x_c \geq 1, x_b + x_e \geq 1$$

$$x_c + x_d \geq 1, x_c + x_f \geq 1$$

$$x_d + x_e \geq 1$$

Vertex-Cover-Problem- gLOP

Zielfunktion:

$$F(\vec{x}) = \sum_{x_i} w_v(i) \cdot x_i \rightarrow min$$

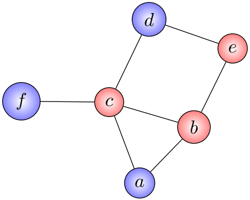
Nebenbedingungen:

$$x_i + x_j \geq 1, \forall (i,j) \in E$$

$$\boxed{x_i \in \{0,1\}}$$

Relaxation

$$\boxed{0 \leq x_i \leq 1, x_i \in \mathbb{R}}$$



$$F(\vec{x}) = x_a + x_b + x_c + x_d + x_f \rightarrow min$$

$$x_a + x_b \geq 1, x_a + x_c \geq 1$$

$$x_b + x_c \geq 1, x_b + x_e \geq 1$$

$$x_c + x_d \geq 1, x_c + x_f \geq 1$$

$$x_d + x_e \geq 1$$

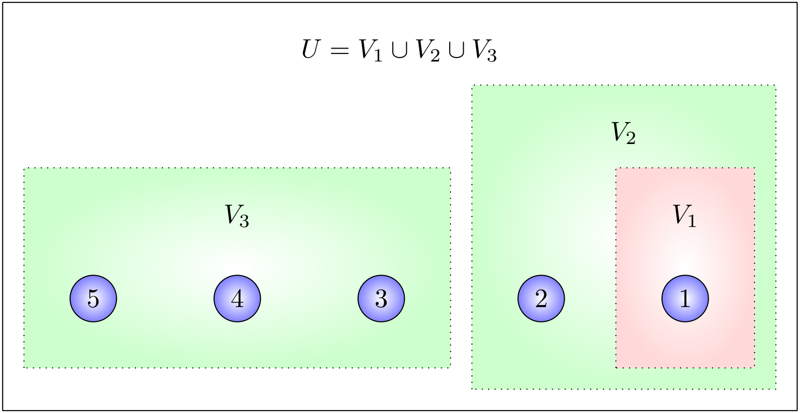
Set-Cover-Problem

- SC = Mengenüberdeckung
- Varianten:
  - minimales SCP
  - gewichtetes SCP
- im allgemeinen NP-vollständig

minimales Set-Cover-Problem

- Universum U
- Teilmengen $V_i \subset U$
- gesucht: Auswahl Z von Teilmengen die U überdecken mit minimaler Größe
- Optimierungsproblem analog VCP

Set-Cover-Problem-Bsp



$Z_1 = \{1, 2, 3\}$ oder $Z_2 = \{2, 3\}$

Lösungsalgorithmen

Algorithmen VCP

- minimales VCP:
  - naiv: $\mathcal{O}(2^n m)$
  - Cormen: $\mathcal{O}(n + m)$ 2-AP
  - Monien-Speckenmeyer: $\mathcal{O}(m \cdot n)$ $(2 - \frac{1}{k+1})$-AP
- k-VCP:
  - Buss (k-Vertex Cover): $\mathcal{O}(kn + 2^k \cdot k^{2k+2})$
- gewichtetes VCP:
  - Bar-Yehuda-Even: $\mathcal{O}(m)$ 2-AP
  - Halperin: polyomiell $(2 - \epsilon)$-AP
- partielles VCP:
  - KneisDet $\mathcal{O}^*(1.369^t)$
  - KneisRand $\mathcal{O}^*(1.2993^t)$
  - Mestre $\mathcal{O}(n \cdot \log n + m)$ 2-AP
- exaktes partielles VCP:
  - KneisExact: $\mathcal{O}^*(3^t)$

Beispiel: Cormen und Bar-Yehuda-Even

Algorithmen VCP

- minimales VCP:
  - naiv: $\mathcal{O}(2^n m)$
  - Cormen: $\mathcal{O}(n + m)$ 2-AP
  - Monien-Speckenmeyer: $\mathcal{O}(m \cdot n)$ $(2 - \frac{1}{k+1})$-AP
- k-VCP:
  - Buss (k-Vertex Cover): $\mathcal{O}(kn + 2^k \cdot k^{2k+2})$
- gewichtetes VCP:
  - Bar-Yehuda-Even: $\mathcal{O}(m)$ 2-AP
  - Halperin: polyomiell $(2 - \epsilon)$-AP
- partielles VCP:
  - KneisDet $\mathcal{O}^*(1.369^t)$
  - KneisRand $\mathcal{O}^*(1.2993^t)$
  - Mestre $\mathcal{O}(n \cdot \log n + m)$ 2-AP
- exaktes partielles VCP:
  - KneisExact: $\mathcal{O}^*(3^t)$

Beispiel: Cormen und Bar-Yehuda-Even

Algorithmen VCP

- minimales VCP:
  - naiv: $\mathcal{O}(2^n m)$
  - Cormen: $\mathcal{O}(n + m)$ 2-AP
  - Monien-Speckenmeyer: $\mathcal{O}(m \cdot n)$ $(2 - \frac{1}{k+1})$-AP
- k-VCP:
  - Buss (k-Vertex Cover): $\mathcal{O}(kn + 2^k \cdot k^{2k+2})$
- gewichtetes VCP:
  - Bar-Yehuda-Even: $\mathcal{O}(m)$ 2-AP
  - Halperin: polyomiell $(2 - \epsilon)$-AP
- partielles VCP:
  - KneisDet $\mathcal{O}^*(1.369^t)$
  - KneisRand $\mathcal{O}^*(1.2993^t)$
  - Mestre $\mathcal{O}(n \cdot \log n + m)$ 2-AP
- exaktes partielles VCP:
  - KneisExact: $\mathcal{O}^*(3^t)$

Beispiel: Cormen und Bar-Yehuda-Even

Algorithmen VCP

- minimales VCP:
  - naiv: $\mathcal{O}(2^n m)$
  - Cormen: $\mathcal{O}(n+m)$ 2-AP
  - Monien-Speckenmeyer: $\mathcal{O}(m \cdot n)$ $(2 - \frac{1}{k+1})$-AP
- k-VCP:
  - Buss (k-Vertex Cover): $\mathcal{O}(kn + 2^k \cdot k^{2k+2})$
- gewichtetes VCP:
  - Bar-Yehuda-Even: $\mathcal{O}(m)$ 2-AP
  - Halperin: polyomiell $(2 - \epsilon)$-AP
- partielles VCP:
  - KneisDet $\mathcal{O}^*(1.369^t)$
  - KneisRand $\mathcal{O}^*(1.2993^t)$
  - Mestre $\mathcal{O}(n \cdot \log n + m)$ 2-AP
- exaktes partielles VCP:
  - KneisExact: $\mathcal{O}^*(3^t)$

Beispiel: Cormen und Bar-Yehuda-Even

Algorithmen VCP

- minimales VCP:
  - naiv: $\mathcal{O}(2^n m)$
  - Cormen: $\mathcal{O}(n+m)$ 2-AP
  - Monien-Speckenmeyer: $\mathcal{O}(m \cdot n)$ $(2 - \frac{1}{k+1})$-AP
- k-VCP:
  - Buss (k-Vertex Cover): $\mathcal{O}(kn + 2^k \cdot k^{2k+2})$
- gewichtetes VCP:
  - Bar-Yehuda-Even: $\mathcal{O}(m)$ 2-AP
  - Halperin: polyomiell $(2-\epsilon)$-AP
- partielles VCP:
  - KneisDet $\mathcal{O}^*(1.369^t)$
  - KneisRand $\mathcal{O}^*(1.2993^t)$
  - Mestre $\mathcal{O}(n \cdot \log n + m)$ 2-AP
- exaktes partielles VCP:
  - KneisExact: $\mathcal{O}^*(3^t)$

Beispiel: Cormen und Bar-Yehuda-Even

Algorithmen VCP

- minimales VCP:
  - naiv: $\mathcal{O}(2^n m)$
  - Cormen: $\mathcal{O}(n+m)$ 2-AP
  - Monien-Speckenmeyer: $\mathcal{O}(m \cdot n)$ $(2 - \frac{1}{k+1})$-AP
- k-VCP:
  - Buss (k-Vertex Cover): $\mathcal{O}(kn + 2^k \cdot k^{2k+2})$
- gewichtetes VCP:
  - Bar-Yehuda-Even: $\mathcal{O}(m)$ 2-AP
  - Halperin: polyomiell $(2-\epsilon)$-AP
- partielles VCP:
  - KneisDet $\mathcal{O}^*(1.369^t)$
  - KneisRand $\mathcal{O}^*(1.2993^t)$
  - Mestre $\mathcal{O}(n \cdot \log n + m)$ 2-AP
- exaktes partielles VCP:
  - KneisExact: $\mathcal{O}^*(3^t)$

Beispiel: Cormen und Bar-Yehuda-Even

Algorithmen VCP

- minimales VCP:
  - naiv: $\mathcal{O}(2^n m)$
  - Cormen: $\mathcal{O}(n+m)$ 2-AP
  - Monien-Speckenmeyer: $\mathcal{O}(m \cdot n)$ $(2 - \frac{1}{k+1})$-AP
- k-VCP:
  - Buss (k-Vertex Cover): $\mathcal{O}(kn + 2^k \cdot k^{2k+2})$
- gewichtetes VCP:
  - Bar-Yehuda-Even: $\mathcal{O}(m)$ 2-AP
  - Halperin: polyomiell $(2-\epsilon)$-AP
- partielles VCP:
  - KneisDet $\mathcal{O}^*(1.369^t)$
  - KneisRand $\mathcal{O}^*(1.2993^t)$
  - Mestre $\mathcal{O}(n \cdot \log n + m)$ 2-AP
- exaktes partielles VCP:
  - KneisExact: $\mathcal{O}^*(3^t)$

Beispiel: Cormen und Bar-Yehuda-Even

Algorithmen VCP

- minimales VCP:
  - naiv: $\mathcal{O}(2^n m)$
  - Cormen: $\mathcal{O}(n+m)$ 2-AP
  - Monien-Speckenmeyer: $\mathcal{O}(m \cdot n)$ $(2 - \frac{1}{k+1})$-AP
- k-VCP:
  - Buss (k-Vertex Cover): $\mathcal{O}(kn + 2^k \cdot k^{2k+2})$
- gewichtetes VCP:
  - Bar-Yehuda-Even: $\mathcal{O}(m)$ 2-AP
  - Halperin: polyomiell $(2-\epsilon)$-AP
- partielles VCP:
  - KneisDet $\mathcal{O}^*(1.369^t)$
  - KneisRand $\mathcal{O}^*(1.2993^t)$
  - Mestre $\mathcal{O}(n \cdot \log n + m)$ 2-AP
- exaktes partielles VCP:
  - KneisExact: $\mathcal{O}^*(3^t)$

Beispiel: Cormen und Bar-Yehuda-Even

Algorithmen VCP

- minimales VCP:
  - naiv: $\mathcal{O}(2^n m)$
  - Cormen: $\mathcal{O}(n + m)$ 2-AP
  - Monien-Speckenmeyer: $\mathcal{O}(m \cdot n)$ $(2 - \frac{1}{k+1})$-AP
- k-VCP:
  - Buss (k-Vertex Cover): $\mathcal{O}(kn + 2^k \cdot k^{2k+2})$
- gewichtetes VCP:
  - Bar-Yehuda-Even: $\mathcal{O}(m)$ 2-AP
  - Halperin: polyomiell $(2 - \epsilon)$-AP
- partielles VCP:
  - KneisDet $\mathcal{O}^*(1.369^t)$
  - KneisRand $\mathcal{O}^*(1.2993^t)$
  - Mestre $\mathcal{O}(n \cdot \log n + m)$ 2-AP
- exaktes partielles VCP:
  - KneisExact: $\mathcal{O}^*(3^t)$

Beispiel: Cormen und Bar-Yehuda-Even

Algorithmen VCP

- minimales VCP:
  - naiv: $\mathcal{O}(2^n m)$
  - Cormen: $\mathcal{O}(n+m)$ 2-AP
  - Monien-Speckenmeyer: $\mathcal{O}(m \cdot n)$ $(2 - \frac{1}{k+1})$-AP
- k-VCP:
  - Buss (k-Vertex Cover): $\mathcal{O}(kn + 2^k \cdot k^{2k+2})$
- gewichtetes VCP:
  - Bar-Yehuda-Even: $\mathcal{O}(m)$ 2-AP
  - Halperin: polyomiell $(2 - \epsilon)$-AP
- partielles VCP:
  - KneisDet $\mathcal{O}^*(1.369^t)$
  - KneisRand $\mathcal{O}^*(1.2993^t)$
  - Mestre $\mathcal{O}(n \cdot \log n + m)$ 2-AP
- exaktes partielles VCP:
  - KneisExact: $\mathcal{O}^*(3^t)$

Beispiel: Cormen und Bar-Yehuda-Even

Algorithmen VCP

- minimales VCP:
  - naiv: $\mathcal{O}(2^n m)$
  - Cormen: $\mathcal{O}(n+m)$ 2-AP
  - Monien-Speckenmeyer: $\mathcal{O}(m \cdot n)$ $(2 - \frac{1}{k+1})$-AP
- k-VCP:
  - Buss (k-Vertex Cover): $\mathcal{O}(kn + 2^k \cdot k^{2k+2})$
- gewichtetes VCP:
  - Bar-Yehuda-Even: $\mathcal{O}(m)$ 2-AP
  - Halperin: polyomiell $(2-\epsilon)$-AP
- partielles VCP:
  - KneisDet $\mathcal{O}^*(1.369^t)$
  - KneisRand $\mathcal{O}^*(1.2993^t)$
  - Mestre $\mathcal{O}(n \cdot \log n + m)$ 2-AP
- exaktes partielles VCP:
  - KneisExact: $\mathcal{O}^*(3^t)$

Beispiel: Cormen und Bar-Yehuda-Even

Algorithmen VCP

- minimales VCP:
  - naiv: $\mathcal{O}(2^n m)$
  - Cormen: $\mathcal{O}(n + m)$ 2-AP
  - Monien-Speckenmeyer: $\mathcal{O}(m \cdot n)$ $(2 - \frac{1}{k+1})$-AP
- k-VCP:
  - Buss (k-Vertex Cover): $\mathcal{O}(kn + 2^k \cdot k^{2k+2})$
- gewichtetes VCP:
  - Bar-Yehuda-Even: $\mathcal{O}(m)$ 2-AP
  - Halperin: polyomiell $(2 - \epsilon)$-AP
- partielles VCP:
  - KneisDet $\mathcal{O}^*(1.369^t)$
  - KneisRand $\mathcal{O}^*(1.2993^t)$
  - Mestre $\mathcal{O}(n \cdot \log n + m)$ 2-AP
- exaktes partielles VCP:
  - KneisExact: $\mathcal{O}^*(3^t)$

Beispiel: Cormen und Bar-Yehuda-Even

Algorithmen VCP

- minimales VCP:
  - naiv: $\mathcal{O}(2^n m)$
  - Cormen: $\mathcal{O}(n+m)$ 2-AP
  - Monien-Speckenmeyer: $\mathcal{O}(m \cdot n)$ $(2 - \frac{1}{k+1})$-AP
- k-VCP:
  - Buss (k-Vertex Cover): $\mathcal{O}(kn + 2^k \cdot k^{2k+2})$
- gewichtetes VCP:
  - Bar-Yehuda-Even: $\mathcal{O}(m)$ 2-AP
  - Halperin: polyomiell $(2-\epsilon)$-AP
- partielles VCP:
  - KneisDet $\mathcal{O}^*(1.369^t)$
  - KneisRand $\mathcal{O}^*(1.2993^t)$
  - Mestre $\mathcal{O}(n \cdot \log n + m)$ 2-AP
- exaktes partielles VCP:
  - KneisExact: $\mathcal{O}^*(3^t)$

Beispiel: Cormen und Bar-Yehuda-Even

Algorithmen VCP

- minimales VCP:
  - naiv: $\mathcal{O}(2^n m)$
  - Cormen: $\mathcal{O}(n + m)$ 2-AP
  - Monien-Speckenmeyer: $\mathcal{O}(m \cdot n)$ $(2 - \frac{1}{k+1})$-AP
- k-VCP:
  - Buss (k-Vertex Cover): $\mathcal{O}(kn + 2^k \cdot k^{2k+2})$
- gewichtetes VCP:
  - Bar-Yehuda-Even: $\mathcal{O}(m)$ 2-AP
  - Halperin: polyomiell $(2 - \epsilon)$-AP
- partielles VCP:
  - KneisDet $\mathcal{O}^*(1.369^t)$
  - KneisRand $\mathcal{O}^*(1.2993^t)$
  - Mestre $\mathcal{O}(n \cdot \log n + m)$ 2-AP
- exaktes partielles VCP:
  - KneisExact: $\mathcal{O}^*(3^t)$

Beispiel: Cormen und Bar-Yehuda-Even

Algorithmen VCP

- minimales VCP:
  - naiv: $\mathcal{O}(2^n m)$
  - Cormen: $\mathcal{O}(n + m)$ 2-AP
  - Monien-Speckenmeyer: $\mathcal{O}(m \cdot n)$ $(2 - \frac{1}{k+1})$-AP
- k-VCP:
  - Buss (k-Vertex Cover): $\mathcal{O}(kn + 2^k \cdot k^{2k+2})$
- gewichtetes VCP:
  - Bar-Yehuda-Even: $\mathcal{O}(m)$ 2-AP
  - Halperin: polyomiell $(2 - \epsilon)$-AP
- partielles VCP:
  - KneisDet $\mathcal{O}^*(1.369^t)$
  - KneisRand $\mathcal{O}^*(1.2993^t)$
  - Mestre $\mathcal{O}(n \cdot \log n + m)$ 2-AP
- exaktes partielles VCP:
  - KneisExact: $\mathcal{O}^*(3^t)$

Beispiel: Cormen und Bar-Yehuda-Even

Algorithmen VCP

- minimales VCP:
  - naiv: $\mathcal{O}(2^n m)$
  - Cormen: $\mathcal{O}(n + m)$ 2-AP
  - Monien-Speckenmeyer: $\mathcal{O}(m \cdot n)$ $(2 - \frac{1}{k+1})$-AP
- k-VCP:
  - Buss (k-Vertex Cover): $\mathcal{O}(kn + 2^k \cdot k^{2k+2})$
- gewichtetes VCP:
  - Bar-Yehuda-Even: $\mathcal{O}(m)$ 2-AP
  - Halperin: polyomiell $(2 - \epsilon)$-AP
- partielles VCP:
  - KneisDet $\mathcal{O}^*(1.369^t)$
  - KneisRand $\mathcal{O}^*(1.2993^t)$
  - Mestre $\mathcal{O}(n \cdot \log n + m)$ 2-AP
- exaktes partielles VCP:
  - KneisExact: $\mathcal{O}^*(3^t)$

Beispiel: Cormen und Bar-Yehuda-Even

Algorithmen VCP

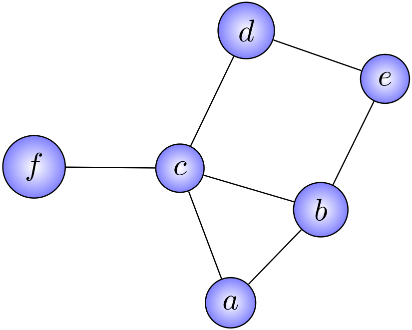
- minimales VCP:
  - naiv: $\mathcal{O}(2^n m)$
  - Cormen: $\mathcal{O}(n + m)$ 2-AP
  - Monien-Speckenmeyer: $\mathcal{O}(m \cdot n)$ $(2 - \frac{1}{k+1})$-AP
- k-VCP:
  - Buss (k-Vertex Cover): $\mathcal{O}(kn + 2^k \cdot k^{2k+2})$
- gewichtetes VCP:
  - Bar-Yehuda-Even: $\mathcal{O}(m)$ 2-AP
  - Halperin: polyomiell $(2 - \epsilon)$-AP
- partielles VCP:
  - KneisDet $\mathcal{O}^*(1.369^t)$
  - KneisRand $\mathcal{O}^*(1.2993^t)$
  - Mestre $\mathcal{O}(n \cdot \log n + m)$ 2-AP
- exaktes partielles VCP:
  - KneisExact: $\mathcal{O}^*(3^t)$

Beispiel: Cormen und Bar-Yehuda-Even

Cormen (1)

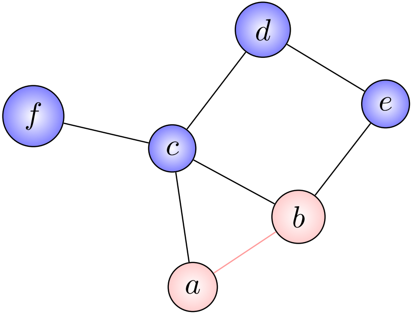
- 2-Approximation
- minimales VCP
- $C = \emptyset, E' = E$
- solange wie E' != $\emptyset$
  - wähle beliebige Kante $\{u, v\}$ aus E'
  - $C = C \cup \{u, v\}$
  - lösche alle in u und v hineingehenden Kanten

gib C zurück



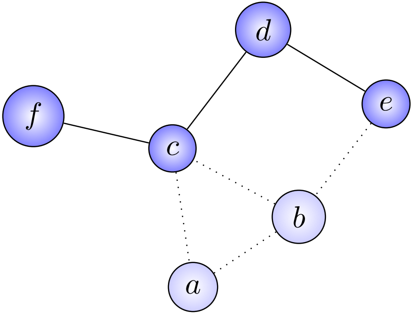
Cormen (2)

- Kante (a, b)
- $C = \{a, b\}$
- Lösche Kanten $(a, b), (a, c), (b, c), (b, e)$



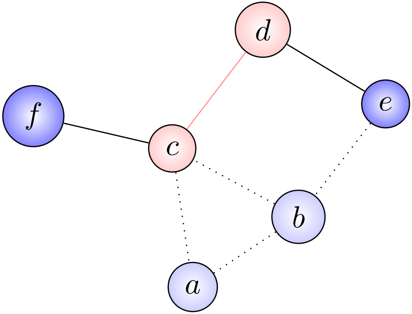
Cormen (2)

- Kante (a, b)
- $C = \{a, b\}$
- Lösche Kanten $(a, b), (a, c), (b, c), (b, e)$



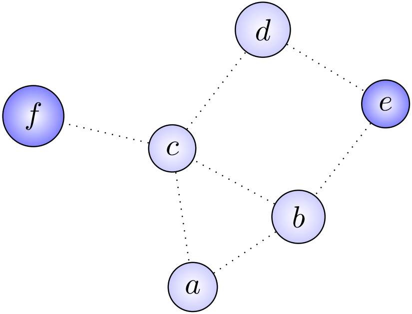
Cormen (3)

- Kante (c, d)
- $C = \{a, b, c, d\}$
- Lösche Kanten $(c, f), (c, d), (d, e)$
- Vertex-Cover C berechnet
- nicht minimal! $C^* = \{c, b, e\}$



Cormen (3)

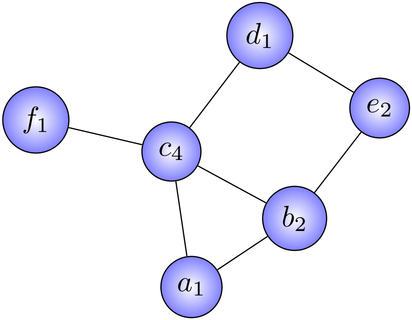
- Kante (c, d)
- $C = \{a, b, c, d\}$
- Lösche Kanten $(c, f), (c, d), (d, e)$
- Vertex-Cover C berechnet
- nicht minimal!
  $C^* = \{c, b, e\}$



Bar-Yehuda-Even (1)

- 2-Approximation
- gewichtetes VCP
- für jede Kante (u, v):
  - $d = \min\{w_v(v), w_v(u)\}$
  - $w_v(u) = w_v(u) - d$
  - $w_v(v) = w_v(v) - d$

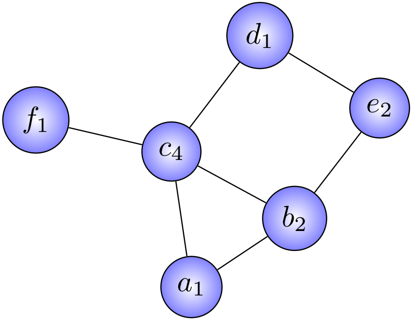
$C = \{v \in V \mid w_v(v) = 0\}$



Bar-Yehuda-Even (1)

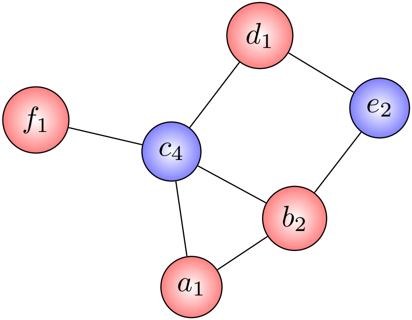
- 2-Approximation
- gewichtetes VCP
- für jede Kante (u, v):
  - $d = \min\{w_v(v), w_v(u)\}$
  - $w_v(u) = w_v(u) - d$
  - $w_v(v) = w_v(v) - d$

$C = \{v \in V \mid w_v(v) = 0\}$



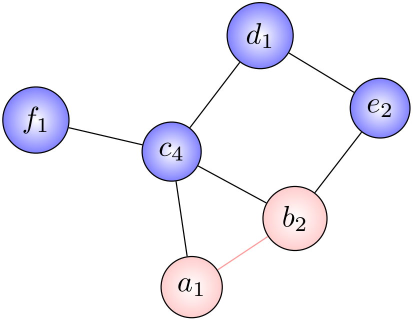
Bar-Yehuda-Even (2)

Optimale Lösung:
$C = \{a, b, d, f\}$ Kosten: 5



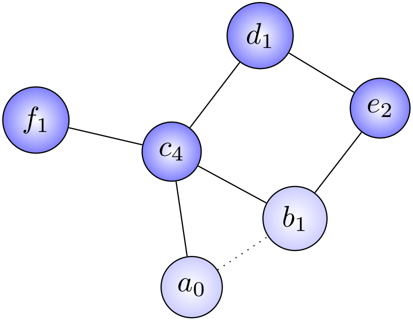
Bar-Yehuda-Even (3)

- Kante (a, b)
- $d = 1$
- neue Gewichte a_0, b_1



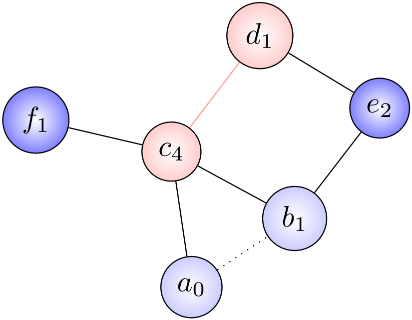
Bar-Yehuda-Even (3)

- Kante (a, b)
- $d = 1$
- neue Gewichte a_0, b_1



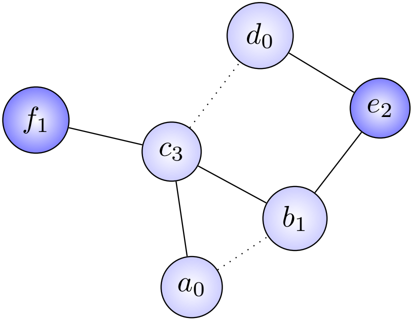
Bar-Yehuda-Even (4)

- Kante (c, d)
- $d = 1$
- neue Gewichte c_3, d_0



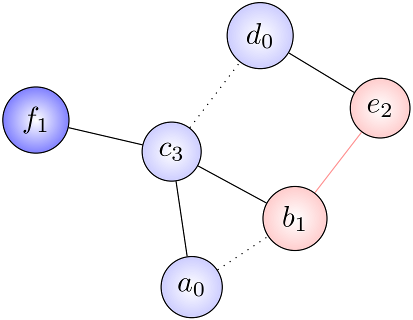
Bar-Yehuda-Even (4)

- Kante (c, d)
- $d = 1$
- neue Gewichte c_3, d_0



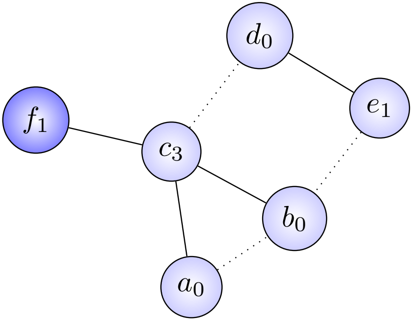
Bar-Yehuda-Even (5)

- Kante (b, e)
- $d = 1$
- neue Gewichte b_0, e_1



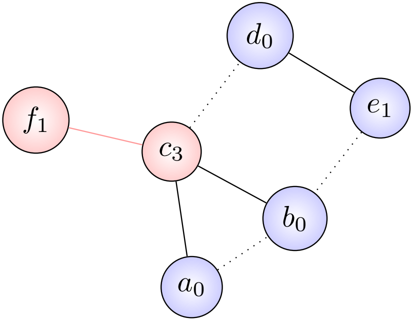
Bar-Yehuda-Even (5)

- Kante (b, e)
- $d = 1$
- neue Gewichte b_0, e_1



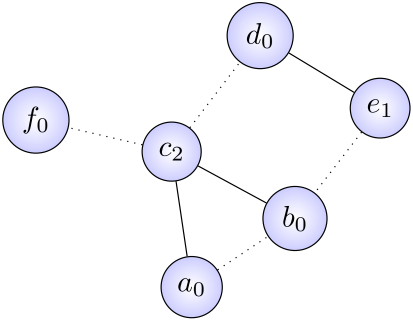
Bar-Yehuda-Even (6)

- Kante (f, c)
- $d = 1$
- neue Gewichte f_0, c_2



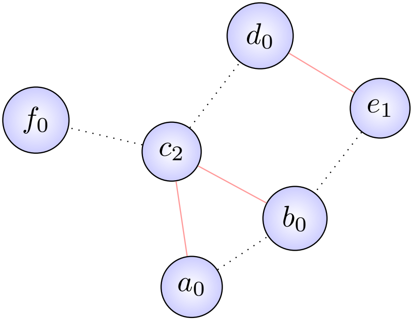
Bar-Yehuda-Even (6)

- Kante (f, c)
- $d = 1$
- neue Gewichte f_0, c_2



Bar-Yehuda-Even (7)

- Kanten $(a, c), (b, c), (d, e)$
- $d = 0$
- keine Änderungen an den Gewichten
- gewichtetes VC: $C = \{a, b, d, f\}$
- $\rightarrow$ optimal, aber nicht die Regel



Algorithmen SCP

- Johnson: polyomiell $\log m$ -AP
- gewichtetes SCP:
  - Bar-Yehuda-Even SC: $\mathcal{O}(\sum\limits_{i \in Z} |V_i|)$ x-AP
    mit $x \max\limits_{u \in U}\{|\{i \mid u \in V_i\}|\}$
  - Yung: polynomiell $\ln m$-AP

Fazit

- verschiedene Problemvarianten
- Approximationen der gewichteten / ungewichteten Varianten gut
- partielles VCP schlecht
- SCP schlecht
- kleiner Einstieg in die Problematik

Fragen?

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit.