Lösungen der Mathe I für Informatiker Vorbereitungsaufgaben

von Steve Göring

19.02.2010

Alle Angaben ohne Gewähr.

Rechtschreibfehler könnt ihr für euch behalten,

inhaltliche Fehler bitte an stg7@gmx.de

Dokument wurde mit Lyx 1.6.4 erstellt

Inhaltsverzeichnis

1 W1 3

2 W2 3

3 W3 3

4 W4 3

5 W5 3

6 W6 4

7 W7 4

8 W8 4

9 W9 4

10 W10 4

11 W11 5

12 W12 5

13 Infos 6

Einleitung

Das Dokument dient zum Abgleich eigener Lösungen, und beinhaltet daher keinerlei Lösungswege.
Natürlich kann es sein das Fehler (inhaltlicher oder anderer Natur) enhalten sind, bitte schickt mit daher eine kurze Email.
Der Autor übernimmt daher keinerlei Garantien für die Ergebnisse.

Ich wünsche euch allen viel Erfolg für die Mathe Prüfung.

1 W1

sollte jedem klar sein wie der Induktionsbeweis geht

2 W2

a) $= \frac{3}{4}$
b) $= e^{-\frac{12}{5}}$
c) $= 1$

3 W3

a-c stehen im Script
1) wahr
2) falsch
3) wahr
4) falsch

4 W4

$B = 1$
$A = -\frac{1}{3}$

5 W5

a) $= 1$

b) $= 1$

6 W6

a) $I = (-1, 5)$
b) $f^{(40)}(2) = \frac{101}{81^{10}} \cdot 40!$
$f^{(41)}(2) = f^{(42)}(2) = f^{(43)}(2) = 0$
$f^{(44)}(2) = \frac{122}{81^{11}} \cdot 44!$

7 W7

a) globales Max/Min im Intervall I
$max\, f(x) = 2\Pi + 1$
$min\, f(x) = 1$
b) Skizziere $g(x) = 1 - sin\, x$
c)
$T_2(x) = \frac{1}{2}x^2 + x \cdot (1 - \Pi) + \frac{\Pi^2}{2} - 1$

8 W8

f ist im Intervall I konvex
globales Maximum $= 1 + e$

9 W9

$= \frac{\Pi}{2}$
Ansatz: Substition mit $t = \sqrt{x}$

10 W10

a) streng monoton wachsend, Abschätzung findet man im Script
b) streng monoton fallend, Abschätzung auch im Script

11 W11

$$L = \left\{ 2e^{\frac{\Pi}{8}i}, 2e^{\frac{5\Pi}{8}i}, 2e^{\frac{9\Pi}{8}i}, 2e^{\frac{13\Pi}{8}i} \right\}$$

12 W12

a) rg(A)
$\alpha = 7 \implies rg(A) = 2$
$\alpha \neq 7 \implies rg(A) = 4$
rg(A,b)
$\alpha = 7 \implies rg(A,b) = 3$
$\alpha \neq 7 \implies rg(A,b) = 4$
b)
1. Fall: $\alpha = 7, \beta = -2$
$dim(\Gamma) = 2$
2. Fall: $\alpha \neq 7, \beta\, beliebig$
$dim(\Gamma) = 0$
c)
für $\alpha = 7$ und $\beta \neq -2$
d)

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & \alpha & 4 \\ 1 & 4 & 6 & \alpha \end{pmatrix} \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ \beta \\ -6 \end{pmatrix}$$

Teilaufgabe e)

für welche α ist A invertierbar:
Löse: $A \cdot X = E$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & \alpha & 4 \\ 1 & 4 & 6 & \alpha \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Tableau:
Starttableau hat immer die Form:
A|E
.... Gaußumformungen folgen

Endtableau:
E$|A^{-1}$

1	1	3	1	1	0	0	0
0	1	1	2	0	1	0	0
2	3	α	4	0	0	1	0
1	4	6	α	0	0	0	1
nach vielen Schritten							
1	1	3	1	1	0	0	0
0	1	1	2	0	1	0	0
0	0	$\alpha - 7$	0	-2	-1	1	0
0	0	0	$\alpha - 7$	-1	-3	0	1

an der Stelle muss man dann durch $\alpha - 7$ dividieren um links
eine Einheitsmatrix zu erreichen, daher ist A für $\alpha = 7$ nicht invertierbar.

im konkreten Fall für $\alpha = 8$

1	1	3	1	1	0	0	0
0	1	1	2	0	1	0	0
0	0	1	-4	-2	-1	1	0
0	0	0	1	-1	-3	0	1
nach vielen Schritten							
1	0	0	0	4	-2	-2	1
0	1	0	0	4	8	-1	-2
0	0	1	0	-2	-1	1	0
0	0	0	1	-1	-3	0	1

für $\alpha = 8$ ergibts sich dann für

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -2 & 1 \\ 4 & 8 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

f)

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

13 Infos

Informationen die auf dem Blatt stehen sollten, welches ihr in der Prüfung benutzen dürft:

- Definitionen von $\Omega(f), O(f), o(f), f \sim g$,

- Grenzwertregeln (Bsp: $\lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{a_n}$, $\lim_{n \to \infty} (1 + \frac{1}{a_n})^{a_n}$, L'Hospital
- Wann ist eine Funktion stetig?
- Allgemeine Form einer Potenzreihe + Kriterium der Konvergenz + n-te Abtleitungen an der Entwicklungsstelle
- Taylorreihen
- Taylorpolynom
- Wann ist eine Funktion (streng)konvex,(streng) konkav , (streng) monoton fallend / wachsend?
- Abschätzungsformeln für Summen durch Integrale + Kriterium welche der Abschätzungen man nehmen soll
- Für Aufgaben mit komplexen Zahlen ist sicherlich auch eine Sinus/Cosinus Wertetabelle (+ Winkel) hilfreich, eventuell die Algebraische, Exponentielle+ trigonometrische Form (auch die Umwandlungen) + Betrag einer komplexen Zahl (steht aber auch alles im Göhler)
- Matrizen bzw. Gleichungssysteme in Matrizenform:
- Wie ist der Rang definiert? (A)
- Was sagt der Rang über die Lösung eines Gleichnungssystemes aus? (B)
- Dimension einer Lösung? (C)
- Wann ist eine Matrix invertierbar? (D)

zu (A)
rg(A)= Anzahl Stufen, oder Anzahl Spalten - Dimension
rg(A,b)= Anzahl Stufen

zu (B)
eine Lösung wenn rg(A)=Anzahl Spalten
unendlich viele Lösungen wenn rg(A)=rg(A,b)<Anzahl Spalten
keine Lösungen wenn rg(A)≠rg(A,b)

zu (C)

dim(A)= Anzahl frei wählbarer Variablen bzw der Parameter der Lösungen = Spalten - Rang

zu (D)

Matrix A ist invertierbar wenn rg(A)=Anzahl Spalten

Die Informationen die ihr auf euer Blatt schreibt werden natürlich variieren, und ihr müsst das Blatt euren Kentnissen anpassen+ eventuell im Göhler nachschlagen.