

Aufgaben Wahrscheinlichkeitsrechnung

Steve Göring, stg7@gmx.de
9. November 2013

„Sich im Kosmos herumzutreiben ist doch was für die Jugend, oder?“
– STAR TREK II- KIRK

1 mit CAS

1.1 Schachtel

In einer Schachtel befinden sich 3 blaue, 2 rote und 5 grüne Kugeln. Zwei davon werden entnommen.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden zwei gleichfarbige Kugeln entnommen?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird keine grüne entnommen? Führen Sie Ihre Berechnung für den Fall MIT und für den Fall OHNE zurücklegen durch.

1.2 Mensch-Ärger dich nicht

Beim Spiel "Mensch Ärger Dich Nicht" wird ein Würfel maximal dreimal geworfen. Fällt eine "6", so kann die Spielfigur starten und es wird nicht weiter gewürfelt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Spielfigur startet.

1.3 Komplexe Aufgabe (mit CAS).(aus Orientierungsaufgaben Abi14)

Halterungen für Sonnenkollektoren werden in zwei Arbeitsgängen produziert. Untersuchungen der vergangenen Jahre haben gezeigt, dass im ersten Arbeitsgang Produktionsfehler mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.06 und im zweiten Arbeitsgang mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.04 jeweils unabhängig voneinander auftreten.

a)

Die Wahrscheinlichkeit, mit der eine Halterung fehlerfrei produziert wird, beträgt 0.9024. Begründen Sie diese Aussage.

b)

Beschreiben Sie im Zusammenhang mit der Aufgabenstellung ein Ereignis für eine Zufallsgröße X , dessen Wahrscheinlichkeit mit $P(x \leq 2) = \sum_{k=0}^2 \binom{50}{k} 0.0976^k \cdot (1 - 0.0978)^{50-k}$ berechnet werden kann.

c)

Der Produktion werden zufällig mehrere Halterungen entnommen und untersucht. Dabei war die neunte untersuchte Halterung die erste defekte Halterung. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis.

d)

Wie viele Halterungen sind mindestens zu überprüfen, damit die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei fehlerhaft produzierte darunter sind, größer als 0.98 ist?

Für die Befestigung der Halterungen werden Schrauben benötigt. Bei einem Karton mit 10 000 solcher Schrauben ist die Information verloren gegangen, ob es sich um Schrauben 1. Wahl (der Anteil fehlerhafter Schrauben beträgt 6%) oder 2. Wahl (15% fehlerhafte Schrauben) handelt. Die Hypothese H_0 : "Der Karton enthält Schrauben 1. Wahl" durch eine Untersuchung an 100 Schrauben dieses Kartons getestet werden. Wenn dabei höchstens neun fehlerhafte Schrauben gefunden werden, soll der Inhalt des Kartons als 1. Wahl, sonst als 2. Wahl eingestuft werden.

e)

Erläutern Sie, welche Fehler bei dieser Entscheidungsregel auftreten können und berechnen Sie die Risiken der möglichen Fehleinschätzungen.

1.4 Komplexe Aufgabe (mit CAS).(aus Orientierungsaufgaben Abi14)

Ein Zirkus plant zum ersten Mal fünf Vorstellungen in einer Thüringer Kleinstadt. Sein Zirkuszelt bietet Platz für 350 Besucher, von denen erfahrungsgemäß 40% Erwachsene sind.

1.4.1 a)

Nach Rücksprache mit dem Bürgermeister rechnet der Zirkusdirektor mit fünf ausverkauften Veranstaltungen in dieser Stadt und kalkuliert dafür Einnahmen in Höhe von 14 000 EURO. Die Eintrittskarte für ein Kind kostet 2 EURO weniger als die für einen Erwachsenen. Andere Ermäßigungen gibt es nicht. Bestimmen Sie unter Verwendung dieser Vorgaben den Eintrittspreis für einen Erwachsenen.

1.4.2 b)

Der Clown Arthur schafft es, bei seinem Auftritt 99% der Kinder und 90% der Erwachsenen zum Lachen zu bringen. Berechnen Sie mit Hilfe eines Baumdiagrammes die Wahrscheinlichkeit, dass Arthur einen beliebigen ausgewählten Besucher mit seinem Auftritt zum Lachen bringt.

1.4.3 c)

Während eines neuen Tricks der Hochseilartisten sitzt die vierjährige Ida auf dem Seil. Gehen Sie davon aus, dass ihr diese Darbietung momentan nur zu 95% gelingt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse.

A := 'Ida gelingt ihre Darbietung in allen fünf Vorstellungen.'

B := 'In genau einer Vorstellung gelingt die Darbietung nicht.'

C := 'Ida misslingt ihre Darbietung frühestens bei der vierten Vorstellung.'

1.4.4 d)

Aus Erfahrung weiß der Zirkusdirektor, dass 5% der Einwohner eine der Vorstellungen besuchen. Der Bürgermeister ist sicher, dass in seiner Stadt 10% der Einwohner eine Vorstellung besuchen und bietet ihm eine Wette an: Es werden 50 rein zufällig ausgewählte Bürger telefonisch befragt. Der Bürgermeister hat die Wette gewonnen, wenn mindestens 4 der Befragten angeben, in den Zirkus zu gehen. Sollte der Zirkusdirektor auf Grund seiner Erfahrung diese Wette annehmen? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

1.4.5 e)

Für eine Zirkusnummer werden Zuschauer in die Manege gebeten. Sie sollen jeweils 5 Bälle in einen Eimer werfen. Erfahrungsgemäß treffen die Mitspieler bei 2 von 3 Würfeln. Wie viele Mitspieler werden benötigt, damit die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 15 und höchstens 20 Bälle in dem Eimer landen, maximal wird.

2 ohne CAS

2.1 A1

Ein idealer Würfel mit den Augenzahlen 1 bis 6 wird genau zweimal geworfen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Produkt der Augenzahlen größer als 16 ist.

2.2 A2

In einer Urne liegen 7 weiße und 2 schwarze Kugeln. Es wird nacheinander ohne Zurücklegen je eine Kugel zufällig gezogen. Wie oft muss man mindestens ziehen, so dass mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 50% mindestens eine der gezogenen Kugeln schwarz ist?