

Übungsaufgabe Funktionen

Steve Göring, stg7@gmx.de

16. Dezember 2013

„Diese ganze Crew scheint allmählich wie besessen zu sein von Mr. Spock.“
– STAR TREK III- KIRK

1 Ableitungen/Extrema/NS

Für die jeweilige Funktion $f(x)$ sind jeweils Nullstellen, Extrema und Wendepunkte gesucht. Auch das Symmetrieverhalten soll untersucht werden.

- a) $f(x) = x^2 + x - 72$
- b) $f(x) = x^3 + 4x^2 - 3x - 18$
- c) $f(x) = 10x^{10} - x^5$
- d) $f(x) = x \cdot (x + 3) \cdot (x - 6)$
- e) $f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x^3}$ (Hinweis: $\frac{1}{x^n} = x^{-n}$)
- f) $f(x) = x^2 - \frac{2}{x^2}$
- g) $f(x) = \frac{1}{6} \cdot (x^4 - 16x^2 + 48)$

Hinweis: Eine Funktion $f(x)$ ist achsensymmetrisch zur Y-Achse, falls gilt $f(x) = f(-x)$, sie ist punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung, falls gilt $-f(x) = f(-x)$.

2 Tangenten

Bestimme alle Tangenten der Funktion $f(x) = x^3 - 4x^2$, welche einen Anstieg von $m = 4$ besitzen. Welche allgemeine Aussage kann für die Anzahl von Tangenten bezogen auf $f(x)$ getroffen werden, die einen bestimmten (festen) Anstieg aufweisen sollen?

3 Rekonstruktion

In einigen Fällen ist es notwendig Funktionen zu rekonstruieren, beispielsweise können durch Messungen bestimmte physikalische Vorgänge ermittelt werden. Dabei können funktionale Zusammenhänge auftreten und am Ende ist es erforderlich eine Funktion basierend auf den Messwerten zu ermitteln.

Eine Funktion $f(x)$, welche eine ganzrationale Funktion 3. Grades sein soll (allgemeine Gleichung: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$), verläuft durch den Punkt $P(3, 4)$. Weiterhin besitzt sie im Punkt $K(-2, 1)$ den Anstieg $m = 4$ und eine Nullstelle bei $x = 8$. Bestimme die Funktionsgleichung!

Hinweise zur Vorgehensweise: Zunächst werden alle Informationen als Gleichungen repräsentiert, d.h. mit der allgemeinen Form der Funktion. Darauf aufbauend können hoffentlich genügend Gleichungen ermittelt werden, so dass ein lineares Gleichungssystem entsteht, welches gelöst werden kann.

4 Komplexe Aufgabe

Gegeben ist eine Funktion f durch

$$y = f(x) = \frac{6x^2 - x^3}{4}$$

mit $x \in \mathbb{R}$.

a)

Untersuchen Sie den Graphen von f auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, lokale Extrempunkte, Wendepunkte und geben Sie gegebenenfalls deren Koordinaten an! Skizzieren Sie den Graphen von f im Intervall $-2 \leq x \leq 6,5$

b)

Bestimmen Sie eine Gleichung der Wendetangente an den Graphen von f !

Ermitteln Sie, wie viele Tangenten es an den Graphen von f gibt, die die Wendetangente senkrecht schneiden?

c)

Für jede reelle Zahl a mit $a \neq 0$ ist eine Funktion g_a durch

$$y = g_a(x) = a \cdot (x^2 - 6x)$$

mit $x \geq -2$ gegeben. Skizzieren sie den Graphen von g_1 in das Koordinatensystem aus Teilaufgabe a)!

Unter welchem Winkel schneiden sich die Graphen f und g_1 in dem vom Ursprung verschiedenen Schnittpunkt? (Kontrolle $S(6,0)$)

Untersuchen Sie, ob man a so wählen kann, dass sich die Graphen von f und g_a an der Stelle 6 berühren?

5 ohne Hilfsmittel

5.1

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = x^2 - 4x + 8$.

- ▷ Bestimme den Scheitelpunkt der Funktion $f(x)$!
- ▷ Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f in ein Koordinatensystem!
- ▷ Der Graph der Funktion f wird an der x-Achse gespiegelt. Ermitteln Sie eine Gleichung der gespiegelten Funktion.
- ▷ Weisen Sie rechnerisch nach, dass die Gerade g mit der Gleichung $g(x) = -2x + 7$ Tangente an den Graphen der Funktion f ist.

5.2

Gegeben ist die Funktion f_t mit der Gleichung $f_t(x) = 2x^3 + t$. Beschreiben Sie den Einfluss von t auf den Verlauf des Graphen.

5.3

Begründen Sie, dass die Funktion f keine lokalen Extremwerte besitzen kann.

- ▷ $f(x) = 8x - 10$
- ▷ $f(x) = (x - 5)^3$
- ▷ $f(x) = 124$